

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015
CLASA A XII-A
PROFIL ȘTIINȚE ALE NATURII

1. Fie $M = \left\{ \begin{pmatrix} 1+2a & a \\ -2a & 1-a \end{pmatrix}, a \in (-1, \infty) \right\}$.
- a) Demonstrați că M formează grup în raport cu înmulțirea matricelor.
- b) Arătați că funcția $f : (0, \infty) \rightarrow M, f(a) = \begin{pmatrix} 2a-1 & a-1 \\ -2a+2 & 2-a \end{pmatrix}$ este izomorfism de la grupul multiplicativ al numerelor reale nenule la grupul (M, \cdot) .
2. Calculați $\int (x+1 - \frac{1}{x}) e^{x+\frac{1}{x}} dx, x > 0$.
3. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x^2}{x^2+1}$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a sa. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-4-2a_n}{\pi} \right)^n$, unde $a_n = F(n) - F(1), n \in \mathbb{N}^*$.
4. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție: $x \circ y = xy - 2014x - 2014y + 2014 \cdot 2015, x, y \in \mathbb{R}$
- a) Demonstrați că $x \circ x \geq 2014, \forall x \in \mathbb{R}$.
- b) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 3000$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii .

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

Timp de lucru trei ore.

Subiectele au fost propuse de *prof. Boicescu Nazeli, Covaci Daniela, Murea Roxandra*

Succes!